Násobení lomených výrazů

postup: nejprve si čitatel i jmenovatel rozložíme na násobení

krátíme stejné věci

nelze krátit, pokud máme mezi jednotlivými členy v čitateli nebo jmenovateli sčítaní nebo odčítání, musíme vytknout nebo rozložit pomocí vzorců, nebo to zkrátit celé, ne jen část

nezapomínáme opět na podmínky, ty se určují před zkrácením

$$\frac{3m^2n}{4r^3s^4}\cdot\frac{10r^2s^8}{21mn^2}=\frac{5\cdot m\cdot s^4}{14rn}$$

$r\neq 0$, $s\neq 0$, $m\neq 0$, $n\neq 0$ } než se krátilo

při krácení se odčítají exponenty

po zkrácení se vynásobí mezi sebou čitatelé a jmenovatelé

VYTKNEME, VZOREC

$$\frac{x^2-xy}{x^2-y^2}\cdot\frac{x+y}{x^2}=\frac{x\cdot\cancel{(x-y)}}{\cancel{(x-y)}\cdot\cancel{(x+y)}}\cdot\frac{\cancel{x+y}}{x^{\cancel{2}}}=\frac{1}{x}$$

$x\neq y$, $x\neq -y$, $x\neq 0$

VZOREC, VZOREC, VYTKNEME, VZOREC

$$\frac{9-x^2}{x+3}\cdot\frac{x^2-6x+9}{x^2-3x}\cdot\frac{x^4}{x^2-9}=\frac{(3-x)\cdot\cancel{(3+x)}}{\cancel{x+3}}\cdot\frac{\cancel{(x-3)^2}}{\cancel{x}\cancel{(x-3)}}\cdot\frac{\cancel{x^4}^{\,3}}{\cancel{(x-3)}(x+3)}$$

$x\neq -3$, $x\neq 0$, $x\neq 3$

$$=\frac{x^3\cdot(3-x)}{x+3}$$

! je jedno, který čitatel s kterým jmenovatelem krátíme

$$\frac{2x-3}{x+1}\cdot\frac{3xy+3y}{3-2x}=\frac{\cancel{2x-3}}{\cancel{x+1}}\cdot\frac{3y\cancel{(x+1)}}{-1\cdot\cancel{(2x-3)}}=\frac{3y}{-1}=-3y$$

$x\neq -1$, $x\neq \frac{3}{2}$

opačné znaménka ⇒ vytkneme (−1)

$$\frac{ab+a^2}{2ab}\cdot\frac{ab-b^2}{a^2-b^2}=\frac{\cancel{a}\cdot\cancel{(b+a)}}{2\cancel{ab}}\cdot\frac{\cancel{b}\cdot\cancel{(a-b)}}{\cancel{(a-b)}\cdot\cancel{(a+b)}}=\frac{1}{2}$$

$a\neq 0$, $b\neq 0$, $a\neq b$, $a\neq -b$

! $a+b=b+a$

při umocňovaní postupujeme obdobně, čísla umocníme, exponenty danou mocninou násobíme a pak krátíme

$$\left(\frac{2a^2b^3}{3c^5d}\right)^3\cdot\left(\frac{9c^2d^4}{16a^3b^2}\right)^2=\frac{8a^6b^9}{27c^{15}d^3}\cdot\frac{81c^4d^8}{256a^6b^4}=\frac{3b^5d^5}{32c^{11}}$$

$a\neq 0$, $b\neq 0$, $c\neq 0$, $d\neq 0$

Složitější příklady – kombinace sčítání a odčítání s násobením, závorky mají přednost
pokud nemáme zlomek, přidáme si do jmenovatele jedničku, společný jmenovatel jedničky a výrazu je daný výraz

$$\Big(\underbrace{\frac{z}{1}+\frac{1}{z+1}}_{\text{společný jmenovatel}}\Big)\cdot\Big(\underbrace{\frac{2}{z^2+1}-\frac{1}{1}}\Big)=\frac{z\cdot(z+1)+1}{z+1}\cdot\frac{2-1\cdot(z^2+1)}{z^2+1}=\frac{z^2+z+1}{z+1}\cdot$$

$$\cdot\frac{2-z^2-1}{z^2+1}=\frac{z^2+z+1}{\cancel{z+1}}\cdot\frac{\overset{(1-z)\cdot\cancel{(1+z)}}{1-z^2}}{z^2+1}=\frac{(z^2+z+1)\cdot(1-z)}{z^2+1}$$

$$=\frac{\cancel{z^2}+\cancel{z}+1-z^3-\cancel{z^2}-\cancel{z}}{z^2+1}=\underline{\underline{\frac{1-z^3}{z^2+1}}}\qquad z\neq-1$$

$$\Big(\frac{x}{1}+\frac{x}{x-1}\Big)\cdot\Big(\frac{1}{1}-\frac{1}{x}\Big)=\frac{x\cdot(x-1)+x}{x-1}\cdot\frac{x-1}{x}=\frac{x^2-\cancel{x}+\cancel{x}}{\cancel{x-1}_{\,1}}\cdot\frac{\cancel{x-1}^{\,1}}{x}=\frac{x^2}{\cancel{x}_{\,1}}=\underline{\underline{x}}$$

$x\neq1$ $\quad$ $x\neq0$

VZOREC

$$\Big(\frac{1}{1}-\frac{c^2}{d^2}\Big)\cdot\Big(\frac{c^2}{d^2-c^2}+\frac{1}{1}\Big)=\frac{1\cdot d^2-c^2}{d^2}\cdot\frac{c^2+1\cdot(d^2-c^2)}{d^2-c^2}=\frac{\cancel{(d-c)(d+c)}^{\,1}}{d^2}\cdot\frac{\cancel{c^2}+d^2-\cancel{c^2}}{\cancel{(d-c)(d+c)}_{\,1}}$$

$$=\frac{\cancel{d^2}^{\,1}}{\cancel{d^2}_{\,1}}=\underline{\underline{1}}$$

$d\neq0$ $\quad$ $d\neq c$ $\quad$ $d\neq-c$

$$\Big(\frac{a+1}{1}+\frac{1}{2a-1}\Big)\cdot\Big(\frac{a-1}{1}+\frac{1}{2a+1}\Big)=\frac{(a+1)\cdot(2a-1)+1}{2a-1}\cdot\frac{(a-1)\cdot(2a+1)+1}{2a+1}=$$

$$=\frac{2a^2-a+2a-\cancel{1}+\cancel{1}}{2a-1}\cdot\frac{2a^2+a-2a-\cancel{1}+\cancel{1}}{2a+1}=\frac{2a^2+a}{2a-1}\cdot\frac{2a^2-a}{2a+1}=$$

$$=\frac{a\cdot\cancel{(2a+1)}^{\,1}}{\cancel{2a-1}_{\,1}}\cdot\frac{a\cancel{(2a-1)}^{\,1}}{\cancel{2a+1}_{\,1}}=\frac{a^2}{1}=\underline{\underline{a^2}}$$

$a\neq\frac{1}{2}$ $\quad$ $a\neq-\frac{1}{2}$

$$\Big(\underbrace{\frac{3}{x-2}-\frac{2}{x-1}}_{\text{společný jmenovatel}}\Big)\cdot\Big(\underbrace{\frac{3}{x+2}-\frac{2}{x+1}}\Big)=\frac{3\cdot(x-1)-2\cdot(x-2)}{(x-2)\cdot(x-1)}\cdot\frac{3\cdot(x+1)-2(x+2)}{(x+2)\cdot(x+1)}=$$

$$=\frac{3x-3-2x+4}{(x-2)\cdot(x-1)}\cdot\frac{3x+3-2x-4}{(x+2)(x+1)}=\frac{\cancel{x+1}^{\,1}}{(x-2)\cancel{(x-1)}_{\,1}}\cdot\frac{\cancel{x-1}^{\,1}}{(x+2)\cancel{(x+1)}_{\,1}}=$$

$$=\underline{\underline{\frac{1}{(x-2)(x+2)}}}$$

$x\neq2$ $\quad$ $x\neq-2$

$x\neq1$ $\quad$ $x\neq-1$