

Úpravy lomených algebraických výrazů

1. **Kdy má lomený výraz smysl (podmínky)?** Lomený výraz je zlomek, kde ve jmenovateli se vyskytuje nějaká proměnná. Vždy musíme určit, kdy má lomený výraz smysl, tedy které hodnoty za proměnnou nesmíme dosadit. Hledáme tedy zakázané hodnoty, tím určujeme podmínky.

Postup:

- jmenovatel rozložíme na součin několika činitelů (vytýkáním nebo s použitím vzorců)
- po rozložení na součin zakážeme, aby se jednotliví činitelé rovnali nule (viz. příklady)

$$\frac{5x}{x^2 - 4}$$

VZOREC

$$x^2 - 4 = (x - 2) \cdot (x + 2) \neq 0$$

$$\begin{array}{l} | \quad \quad \quad \backslash \\ x - 2 \neq 0 \quad x + 2 \neq 0 \\ \underline{x \neq 2} \quad \quad \underline{x \neq -2} \end{array}$$

$$\frac{2 - x}{x^3 - 25x}$$

VYTKNEME VZOREC

$$x^3 - 25x = x \cdot (x^2 - 25) = x \cdot (x - 5) \cdot (x + 5) \neq 0$$

$$\begin{array}{l} | \quad \quad \quad | \quad \quad \quad \backslash \\ x \neq 0 \quad x - 5 \neq 0 \quad x + 5 \neq 0 \\ \underline{x \neq 0} \quad \underline{x \neq 5} \quad \underline{x \neq -5} \end{array}$$

$$\frac{5 - x}{x^2 y^3 z - 2x^2 y^2 z^2}$$

VYTKNEME

$$x^2 y^3 z - 2x^2 y^2 z^2 = x^2 y^2 z \cdot (y - 2z) \neq 0$$

$$\begin{array}{l} | \quad \quad \quad | \quad \quad \quad | \quad \quad \quad \backslash \\ x^2 \neq 0 \quad y \neq 0 \quad z \neq 0 \quad y - 2z \neq 0 \\ \underline{x \neq 0} \quad \underline{y \neq 0} \quad \underline{z \neq 0} \quad \underline{y \neq 2z} \end{array}$$

2. **Krácení lomených výrazů.** Lomené výrazy se vždy snažíme zjednodušit – krátíme je, což znamená, že čítec i jmenovatel vydělíme stejným výrazem.

Postup:

- čítec i jmenovatel rozložíme na součin několika činitelů (vytýkáním nebo s použitím vzorců)
- pokud se v čitateli a jmenovateli vyskytuje stejný výraz, zkrátíme jej (viz. příklady)

$$\frac{x+3}{x^2-9} = \frac{(x+3) \cdot 1}{(x-3) \cdot (x+3)} = \frac{1}{x-3}$$

podmínky: $(x-3) \cdot (x+3) \neq 0$

$$\begin{array}{l} | \quad \quad \quad \backslash \\ x+3 \quad x-3 \end{array}$$

VZOREC

$$A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$$

$$\frac{x^2 - 16}{x^2 - 8x + 16} = \frac{(x-4) \cdot (x+4)}{(x-4)^2} = \frac{x+4}{x-4}$$

podmínky: $(x-4)^2 \neq 0$

$$\begin{array}{l} x-4 \neq 0 \\ \underline{x \neq 4} \end{array}$$

VZOREC

$$(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$$

VYTKNEME

$$\frac{12x^2 + 8xy}{9x^2 + 12xy + 4y^2} = \frac{4x \cdot (3x + 2y)}{(3x + 2y)^2} = \frac{4x}{3x + 2y}$$

podmínky: $(3x + 2y)^2 \neq 0$

$$\begin{array}{l} 3x + 2y \neq 0 \\ 3x \neq -2y \\ \underline{x \neq -\frac{2}{3}y} \end{array}$$

VZOREC

$$(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$$

$$\frac{4x^2-1}{4x^2+2x} = \frac{(2x-1) \cdot (2x+1)}{2x \cdot (2x+1)} = \frac{2x-1}{2x}$$

VZOREC
VYTKNEME

podmínky:

$$\begin{array}{l} 2x \cdot (2x+1) \neq 0 \\ \hline 2x \neq 0 \quad 2x+1 \neq 0 \\ \underline{x \neq 0} \quad \underline{2x \neq -1} \\ \quad \quad \quad \underline{x \neq -0,5} \end{array}$$

$$\frac{42x^3-30xy^2}{35xy^2-25y^3} = \frac{6x^2 \cdot (7x-5y)}{5y^2 \cdot (7x-5y)} = \frac{6x^2}{5y^2}$$

VYTKNEME
VYTKNEME

podmínky:

$$\begin{array}{l} 5y^2 \cdot (7x-5y) \neq 0 \\ \hline 5y^2 \neq 0 \quad 7x-5y \neq 0 \\ y^2 \neq 0 \quad 7x \neq 5y \\ \underline{y \neq 0} \quad \underline{x \neq \frac{5}{7}y} \end{array}$$

$$\frac{4x^2-2xy}{12x^2-3y^2} = \frac{2x \cdot (2x-y)}{3 \cdot (4x^2-y^2)} = \frac{2x \cdot (2x-y)}{3 \cdot (2x-y) \cdot (2x+y)} = \frac{2x}{3(2x+y)}$$

VYTKNEME
VYTKNEME
VZOREC

podmínky:

$$\begin{array}{l} 3 \cdot (2x-y) \cdot (2x+y) \neq 0 \\ \hline 2x-y \neq 0 \quad 2x+y \neq 0 \\ -y \neq 2x \quad \underline{y \neq -2x} \\ \underline{y \neq 2x} \end{array}$$

3. Rozšiřování lomených výrazů. Rozšiřováním rozumíme to, že čítec i jmenovatel vynásobíme stejným výrazem a upravíme.

$$\frac{7r}{8s} = \frac{7r \cdot 3r}{24rs} = \frac{21r^2}{24rs}$$

$\cdot 3r$

podmínky:

$$\begin{array}{l} 24rs \neq 0 \\ \hline r \neq 0 \quad s \neq 0 \end{array}$$

$$\frac{3m+n}{3m-n} = \frac{(3m+n) \cdot (3m+n)}{9m^2-n^2} = \frac{9m^2+6mn+n^2}{9m^2-n^2}$$

podmínky:

$$\begin{array}{l} (3m-n)(3m+n) \neq 0 \\ \hline 3m \neq n \quad -3m \neq n \end{array}$$

tento výraz u prvního jmenovatele chybí, tím se násobí i čítec

$$\frac{3u-7}{u+5} = \frac{(3u-7) \cdot (u-5)}{(u-5) \cdot (u+5)} = \frac{3u^2-15u-7u+35}{(u-5) \cdot (u+5)} = \frac{3u^2-22u+35}{(u-5) \cdot (u+5)}$$

podmínky:

$$\begin{array}{l} u \neq 5 \\ u \neq -5 \end{array}$$

$$\frac{2}{x} = \frac{2 \cdot (2-x)}{x \cdot (2-x)} = \frac{4-2x}{x \cdot (2-x)}$$

podmínky:

$$\begin{array}{l} x \neq 0 \\ x \neq 2 \end{array}$$

$$\frac{3x}{7} = \frac{3x \cdot (-5z)}{-5yz} = \frac{-15xz}{-5yz}$$

podmínky: $y \neq 0$
 $z \neq 0$

$$\frac{5}{s} = \frac{5 \cdot 3 \cdot (s+1)}{3s \cdot (s+1)} = \frac{15 \cdot (s+1)}{3s(s+1)} = \frac{15s+15}{3s \cdot (s+1)}$$

podmínky: $s \neq 0$
 $s \neq -1$